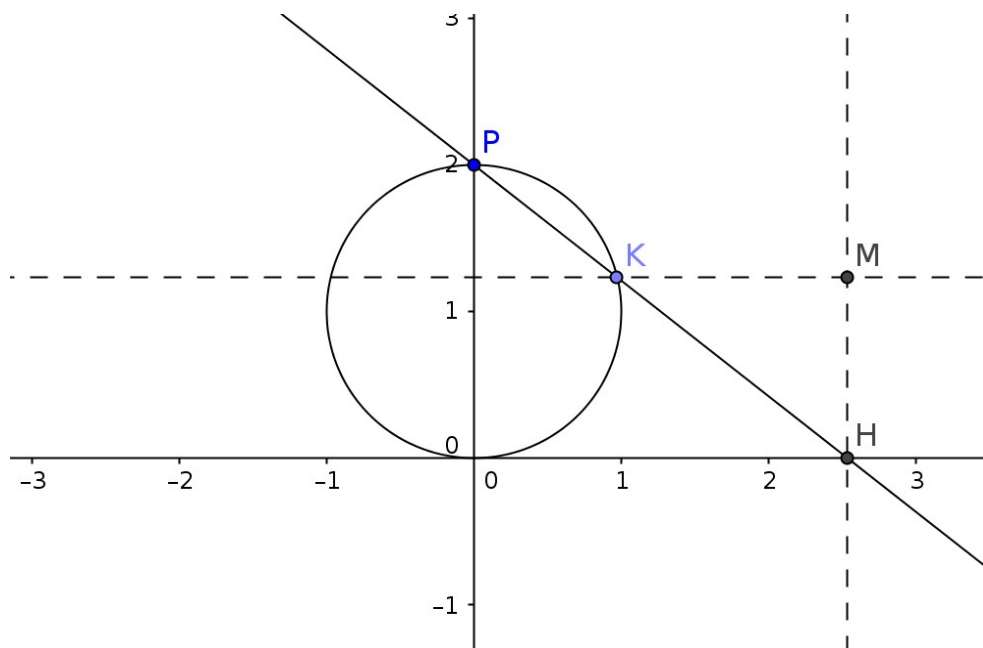


ACTIVITE1 : LA « SORCIÈRE D'AGNESI »

Dans un repère, on considère le point fixe P de coordonnées (0 ;2).

Soit C le cercle de diamètre [OP]. La droite d est une droite variable qui pivote autour de P.



Cette droite coupe C en K et (x'x) en H. Soit x l'abscisse de H et y l'ordonnée de K.

M est le point de coordonnées (x ;y).

La courbe décrite par le point M lorsque d pivote autour du point P a été étudiée par Maria Gaetana Agnesi.

Réaliser la construction au moyen d'un logiciel de géométrie pour visualiser la courbe

1) Soit m la pente variable de la droite d :

Montrer qu'une équation de cette droite est $y = mx + 2$.

Montrer qu'une équation du cercle C est : $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.

2) En déduire les coordonnées des points H et K en fonction de m.

3) Montrer que les coordonnées x et y du point M sont liées par la relation $y = \frac{2x^2}{x^2 + 4}$

4) Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 4}$

a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Etudier les variations de f.

On pourra utiliser un logiciel de calcul formel pour éviter toute technicité dans les calculs.

ACTIVITE 2 : L'ELLIPSE DU JARDINIER

source : *L'ellipse du jardinier*, Pierre Lapôtre, IREM de Lille

<https://irem.univ-lille1.fr/spip.php?article272>

But : Décourvir une nouvelle courbe construite à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Fiche élève:

Pour réaliser de jolis massifs de fleurs, les jardiniers utilisent, dit-on, une ficelle et trois piquets. Ils plantent dans un sol bien préparé, deux des piquets en les séparant d'une distance inférieure à la longueur de la ficelle. Ils nouent l'une des extrémités de la ficelle à l'un des piquets planté dans le sol puis l'autre extrémité à l'autre piquet fixé. Avec le troisième piquet, utilisé comme marqueur, ils laissent une trace dans le sol en maintenant tendue la ficelle.

La trace laissée dans le sol par ce troisième piquet est donc le lieu des points M tels que la somme des distances de M aux deux piquets fixés soit constante, égale à la longueur de la ficelle.

On se propose de construire cette courbe

Pour cela, on note $2a$ la longueur de la ficelle, F et F' les points marqués par l'emplacement des deux piquets fixés, et $2c$ ($c < a$) la distance FF' .

On considère le cercle C de centre F , de rayon $2a$. Pour tout point N de C , on trace la médiatrice de $[NF']$. Elle coupe le rayon $[FN]$ en un point M .

Le lieu des points M lorsque N décrit le cercle C est une courbe appelée **ellipse**.

- Faire un croquis et justifier l'égalité : $MF + MF' = 2a$.
- Quelle courbe obtient-on si F et F' sont confondus?

Lancer Géogebra

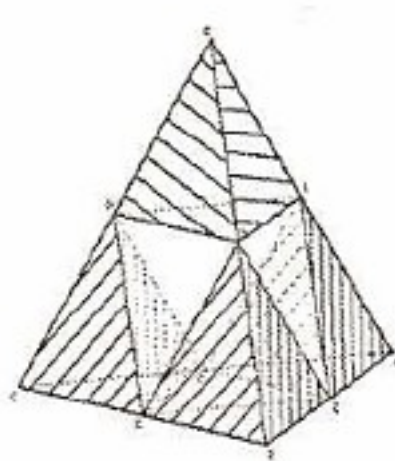
- Définir, dans la zone de saisie, le point F de coordonnées $(0,0)$ et le point F' de coordonnées $(3, 0)$.
- Construire le cercle C de centre F et de rayon 4.
- Placer un point N sur le cercle C
- Construire les segments $[NF']$ et $[NF]$.
- Construire la médiatrice du segment $[NF']$.
- Appeler M , l'intersection du segment $[NF]$ et de la médiatrice du segment $[NF']$.
- Activer la trace du point M et déplacer le point M .

La trace laissée par le point M s'appelle l'ellipse du jardinier.

Commentaires : Une fiche professeur est disponible sur le site de l'IREM de Lille (lien sur M@gistère ou au début du document)

ACTIVITE 3 : BOUCHER LE TROU

Quatre tétraèdres réguliers identiques, posés l'un sur les trois autres par les points (voir figure ci-dessous), forment un grand tétraèdre régulier avec un « trou » qui est donc un solide « virtuel ».



1. Reconnaître ce solide.
2. Si l'un des petits tétraèdres a pour volume 1 L, calculer le volume du solide qui « bouche le trou ».